

$$\bullet y(x) = a_0.$$

bu  $T_0(x) = 1$  ga doimiygacha mos keladi.

$$\bullet \lambda = 1 \text{ (} n = 1 \text{) uchun } a_2 = -\frac{1 \cdot a_0}{2} = 0, \quad a_3 - \frac{(1-1) \cdot a_1}{6} = 0, \quad a_4 = 0, \dots,$$

va boshlang'ich shartlarga ko'ra  $a_0 = 0, a_1 = 1$  tanlansa,  $y(x) = x$  bo'ladi, bu  $T_n(x)$  ga mos keladi.

Chebisev polinomlari  $T_n(x)$   $[-1, 1]$  da belgilangan va polinom bo'lgani uchun cheklangan. Ularning chegaradagi qiymatlari:

$$T_n(1) = 1, T_n(-1) = (-1)^n,$$

bu chekli qiymatlar bo'lib,  $x \rightarrow \pm 1$  da cheklanganlik talabini qanoatlantiradi.

**Natijalar.** Darajali qator usuli masalani koeffitsientlarni belgilovchi rekurrent bog'lanishga keltirib chiqardi.  $\lambda = n^2$  da qatorning uzilishi sharti polinomial yechimlar faqat diskret  $\lambda$  qiymatlari uchun paydo bo'lishini ko'rsatdi va bu yechimlar birinchi turdagi Chebishev polinomlari ekanligini aniqladi.

Yechimning yakuniy natijasi:  $\lambda = n^2$  uchun, bu yerda  $n = 0, 1, 2, \dots$ , chegara shartlarini hisobga olgan holda differensial tenglamaning umumiy yechimi quyidagicha yoziladi:

$$y(x) = c_1 T_n(x),$$

bu yerda  $c_1$  ixtiyoriy doimiy,  $T_n(x)$  esa  $n$  darajali birinchi turdagi Chebishev polinomidir.

#### Adabiyotlar ro'yxati

1. Abramowitz, M., Stegun, I. A. Handbook of Mathematical Functions with Formulas, Graphs, and Mathematical Tables. Dover Publications, New York. 1964.
2. Boyd, J. P. Chebyshev and Fourier Spectral Methods. Dover Publications, Mineola, NY. 2001.
3. Trefethen, L. N. Spectral Methods in MATLAB. Society for Industrial and Applied Mathematics, Philadelphia. 2000.
4. Canuto, C., Hussaini, M. Y., Quarteroni, A., Zang, T. A. "Spectral Methods: Fundamentals in Single Domains". Springer, 2006.

### МОДЕЛИРОВАНИЕ ПРОСТРАНСТВЕННОГО РАСПРЕДЕЛЕНИЯ СКОРОСТИ ВЕТРА В АТМОСФЕРЕ

Эшбоева Нодира Фахридиновна

базовый докторант НИИ развития цифровых технологий и искусственного интеллекта  
[nodiraeshboeva1@gmail.com](mailto:nodiraeshboeva1@gmail.com)

**Аннотация.** В работе представлено численное моделирование трехмерного поля скорости ветра в атмосфере на основе уравнений Навье–Стокса. Разработан устойчивый алгоритм решения задачи гидродинамики с использованием неявной разностной схемы и аппроксимации высокого порядка. Модель учитывает пространственно-временную изменчивость скорости воздушных масс в направлениях  $u$ ,  $v$  и  $w$ , что позволяет более точно описывать процессы переноса загрязняющих веществ в атмосфере.

**Ключевые слова:** модель, скорости, направления ветра, уравнения Навье–Стокса, метод конечно-разностных, аппроксимация.

### MODELING THE SPATIAL DISTRIBUTION OF WIND SPEED IN THE ATMOSPHERE

**Annotation:** The paper presents numerical modeling of a three-dimensional wind velocity field in the atmosphere based on the Navier–Stokes equations. A stable algorithm for solving the hydrodynamic problem using an implicit difference scheme and high-order approximation is developed. The model takes into account the spatiotemporal variability of air mass velocity in the  $u$ ,  $v$ , and  $w$  directions, which allows for a more accurate description of the processes of pollutant transfer in the atmosphere.

**Keywords:** model, wind speeds, Navier-Stokes equations, finite difference method, approximation.

## ATMOSFERADA SHAMOL TEZLIGINING FAZOVIIY TAQSIMLANISHINI MODELLASHTIRISH

**Annotatsiya:** Ishda Navye-Stoks tenglamalari asosida atmosferadagi uch o‘lchovli shamol tezligi maydonini sonli modellashtirish keltirilgan. Oshkormas ayirmali sxema va yuqori tartibli approksimatsiya yordamida gidrodinamik masalani yechishning turg‘un algoritmi ishlab chiqilgan. Modelda havo massasi tezligining  $u$ ,  $v$  va  $w$  yo‘nalishlarida fazoviy-vaqt bo‘yicha o‘zgaruvchanligi hisobga olingan, bu esa atmosferada ifloslantiruvchi moddalarning ko‘chishi jarayonlarini aniqroq tavsiflash imkonini beradi.

**Kalit so‘zlar:** model, shamol tezliklari, yo‘nalishlari, Navye-Stoks tenglamalari, chekli ayirmalar usuli, yaqinlashish.

**Введение.** Загрязнение окружающей среды, особенно атмосферного воздуха, представляет собой одну из ключевых глобальных проблем, негативно влияющих на здоровье людей и экосистему, где основными источниками загрязнения являются сжигание ископаемого топлива и промышленные выбросы. Эти процессы способствуют росту заболеваемости, смертности, а также провоцируют глобальные экологические последствия — парниковый эффект, изменение климата и загрязнение океанов.

Разработка и совершенствование математических моделей гидродинамики остаются актуальными для изучения процессов переноса и диффузии вредных веществ в атмосфере. Особое внимание уделяется моделированию массопереноса на основе полных или осреднённых по Рейнольдсу уравнений Навье–Стокса. В работах [1, 236; 2, 200; 3, 1086] рассматриваются трёхмерные математические модели гидродинамики, применяемые для расчёта векторных полей скорости и переменной плотности водной среды, с целью описания гидродинамических и гидрофизических процессов. Пространственная аппроксимация уравнений, описывающих поле скорости, осуществляется с использованием схем расщепления физических процессов, учитывающих сложную геометрию обтекаемых областей. Такие схемы применяются как в одномерных, так и в двумерных задачах моделирования переноса взвешенных частиц. Применяемые авторами методы и модели позволяют существенно повысить точность расчётов концентрации этих частиц:

**Постановка задачи.** Для вычисления скорости движения воздушных масс атмосферы в трёх направлениях  $u$ ,  $v$  и  $w$  рассмотрим соответствующие уравнения гидродинамики Навье–Стокса [4, 53]:

$$\begin{aligned} \frac{\partial u}{\partial t} + u \frac{\partial u}{\partial x} + v \frac{\partial u}{\partial y} + w \frac{\partial u}{\partial z} &= \frac{1}{\rho} \frac{\partial P}{\partial x} + \frac{\partial}{\partial x} \left( \mu \frac{\partial u}{\partial x} \right) + \frac{\partial}{\partial y} \left( \mu \frac{\partial u}{\partial y} \right) + \frac{\partial}{\partial z} \left( \kappa \frac{\partial u}{\partial z} \right) - g_x; \\ \frac{\partial v}{\partial t} + u \frac{\partial v}{\partial x} + v \frac{\partial v}{\partial y} + w \frac{\partial v}{\partial z} &= \frac{1}{\rho} \frac{\partial P}{\partial y} + \frac{\partial}{\partial x} \left( \mu \frac{\partial v}{\partial x} \right) + \frac{\partial}{\partial y} \left( \mu \frac{\partial v}{\partial y} \right) + \frac{\partial}{\partial z} \left( \kappa \frac{\partial v}{\partial z} \right) - g_y; \\ \frac{\partial w}{\partial t} + u \frac{\partial w}{\partial x} + v \frac{\partial w}{\partial y} + w \frac{\partial w}{\partial z} &= \frac{1}{\rho} \frac{\partial P}{\partial z} + \frac{\partial}{\partial x} \left( \mu \frac{\partial w}{\partial x} \right) + \frac{\partial}{\partial y} \left( \mu \frac{\partial w}{\partial y} \right) + \frac{\partial}{\partial z} \left( \kappa \frac{\partial w}{\partial z} \right) - g_z; \end{aligned}$$

(1)

при следующих начальных и граничных условиях:

$$u|_{t=0} = u^0; \quad v|_{t=0} = v^0; \quad w|_{t=0} = w^0; \quad (2)$$

$$\left. \frac{\partial u}{\partial x} \right|_{x=0} = 0; \quad \left. \frac{\partial u}{\partial x} \right|_{x=Lx} = 0; \quad \left. \frac{\partial u}{\partial y} \right|_{y=0} = 0; \quad \left. \frac{\partial u}{\partial y} \right|_{y=Ly} = 0; \quad (3) \quad (4)$$

$$\left. \frac{\partial u}{\partial z} \right|_{z=0} = 0; \quad \left. \frac{\partial u}{\partial z} \right|_{z=Lz} = 0; \quad \left. \frac{\partial v}{\partial x} \right|_{x=0} = 0; \quad \left. \frac{\partial v}{\partial x} \right|_{x=Lx} = 0; \quad (5) \quad (6)$$

$$\left. \frac{\partial v}{\partial y} \right|_{y=0} = 0; \quad \left. \frac{\partial v}{\partial y} \right|_{y=Ly} = 0; \quad \left. \frac{\partial v}{\partial z} \right|_{z=0} = 0; \quad \left. \frac{\partial v}{\partial z} \right|_{z=Lz} = 0; \quad (7) \quad (8)$$

$$\left. \frac{\partial w}{\partial x} \right|_{x=0} = 0; \quad \left. \frac{\partial w}{\partial x} \right|_{x=Lx} = 0; \quad \left. \frac{\partial w}{\partial y} \right|_{y=0} = 0; \quad \left. \frac{\partial w}{\partial y} \right|_{y=Ly} = 0; \quad (9) \quad (10)$$

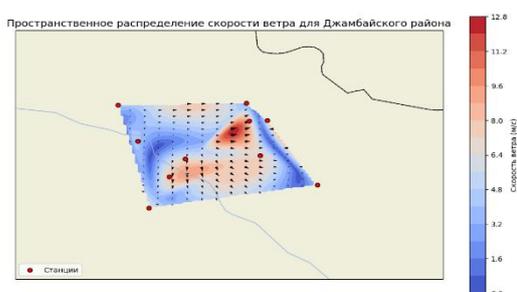
$$\left. \frac{\partial w}{\partial z} \right|_{z=0} = 0; \quad \left. \frac{\partial w}{\partial z} \right|_{z=Lz} = 0; \quad (11)$$

Уравнение непрерывности имеет следующий вид

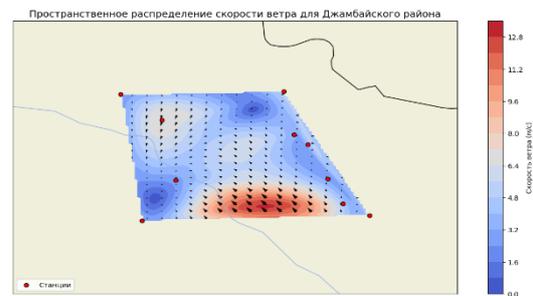
$$\frac{\partial u}{\partial x} + \frac{\partial v}{\partial y} + \frac{\partial w}{\partial z} = 0 \quad (12)$$

где  $u, v, w$  – составляющие скорости ветра по координатным осям;  $\rho$  – плотность вредного вещества;  $\mu, \kappa$  – коэффициенты диффузии и турбулентности соответственно;  $P$  – давление воздуха;  $g(x, y, z)$  – проекция ускорения свободного падения на оси координат.

Решение данной задачи, для которого применена конечно-разностная схема, представлена в работе [5, 51]



а)



б)

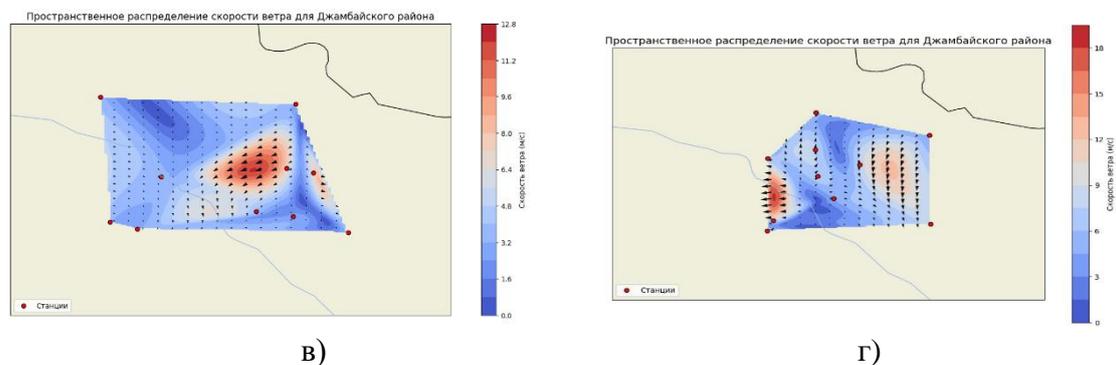


Рис.1. Пространственное распределение скорости ветра в Джамбайском районе: ветер дует преимущественно а) с юго-запада на северо-восток; б) с юга на север; в) с запада на восток; г) с юга на север.

На представленных графиках показано пространственное распределение скорости ветра в Джамбайском районе. Цветовая шкала отображает уровень скорости ветра (в м/с), а векторы указывают его направление. Ветер преимущественно дует с юго-восточного направления, при этом наибольшие скорости (8–12 м/с) наблюдаются в центральной и юго-восточной частях района. В западных регионах ветер значительно слабее.

В работе проведено численное моделирование трёхмерного поля скорости ветра в атмосфере на основе уравнений Навье–Стокса. Разработанный алгоритм учитывает пространственно-временные изменения ветровых потоков. Результаты моделирования позволяют выявить области с повышенной скоростью ветра и определить направления переноса воздушных масс, что важно для прогноза загрязнения атмосферы и планирования природоохранных мероприятий.

### Список литературы

- 1.Sukhinov A.I. et al. Accounting method of filling cells for the solution of hydrodynamics problems with a complex geometry of the computational domain // *Math. Models Comput. Simul.* – 2020. – Vol. 12. – P. 232-245.
- 2.Belotserkovsky O.M., Gushchin V.A., Shchennikov V.V.Application of the splitting method to solving problems of the dynamics of a viscous incompressible fluid // *Comput. Math. Math. Phys.* – 1975. – Vol. 15. – P. 197-207
- 3.Ravshanov, N., Tashtemirova, N., & Ubaydullaev, M. (2025). Study of the influence of the deposition rate of dust and fine aerosol particles for monitoring and forecasting the state of the surface layer of the atmosphere in industrial regions. *IJRSS*, 8(2), 1086–1099.
- 4.Равшанов Н., Шарипов Д.К., Нарзуллаева Н. Усовершенствованная математическая модель процессов переноса и диффузии вредных веществ в приземном пограничном слое атмосферы // *Научное обозрение. Технические науки.* – 2016. – №4. – С. 49-59.
5. Мурадов Ф.А., Таштемирова Н.Н., Эшбоева Н.Ф., Гозиев Х.И.Численное моделирование трехмерного поля скорости ветра в атмосфере // *Проблемы вычислительной и прикладной математики.* – 2024. – №1(55). – С.48-61.

## РАЗРАБОТКА TELEGRAM-БОТА ДЛЯ АПТЕКИ

**Сумбулов Собиржон Шамуратович**

Студент 3 курса, направление «Информационные системы и технологии»

Филиал КФУ в г. Джизаке

**Аннотация:** В данной работе подробно рассматривается процесс создания интеллектуального бота, который предоставляет пользователям возможность удобно